



Übersichtsblatt: Nullstellen und Schnittpunkte quadratischer Funktionen

Wie bei jeder Nullstellenberechnung muss auch im Fall der quadratischen Funktionen die Gleichung $f(x) = 0$ gesetzt werden.

Solange die Gleichungen so einfach sind wie $f(x) = x^2$ ist das auch kein Problem. Man löst dann einfach nach x auf indem man die entsprechende Wurzel zieht.

Haben wir es allerdings mit einer ganzrationalen Gleichung 2. Grades zu tun [$f(x)=ax^2+bx+c$] so wird die Angelegenheit etwas schwieriger. Wir müssen uns nun der sogenannten p-q-Formel bedienen.

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{p}{2}\right]^2 - q}$$

Um diese Formel anwenden zu können ist es erforderlich, dass die Funktion in der folgenden Form vorliegt:

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

Um dies zu erreichen muss die ganzrationale Funktion durch den Faktor a geteilt werden. Ist dies geschehen wird der Faktor b für p in die Formel eingesetzt und der Faktor c für q .

Löst man diese Gleichung nun auf, so erhält man 2 Ergebnisse, diese sind die x -Koordinaten der beiden Nullstellen. Die Y -Werte erhält man indem die X -Werte in die Ausgangsgleichung einsetzt.

Beim errechnen der Schnittpunkte zweier quadratischer Gleichungen verhält es sich ähnlich. Die beiden Gleichungen werden zunächst gleichgesetzt. Danach wird eine von ihnen komplett auf die andere Seite gebracht. Diese kombinierte Funktion ist jetzt gleich Null gesetzt. Nun kann man sie in die p-q-Formel einsetzen und die X -Koordinaten der Schnittpunkte bestimmen. Die dazugehörigen Y -Werte erhält man wie gehabt durch Einsetzen in die Ausgangsgleichungen.

Beispiel:

$$\begin{array}{rcll} 2x^2 - 4x - 1 & = & 18x^2 + 16x + 1 & | +2x^2 \quad | +4x \quad | +1 \\ 0 & = & 20x^2 + 20x + 2 & | :20 \\ 0 & = & x^2 + 1x + \frac{1}{10} & \end{array}$$

p-q-Formel:

$$x_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}\right]^2 - \frac{1}{10}}$$

$$\begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{20} = -\frac{7}{20} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{20} = -\frac{13}{20} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(-\frac{7}{20}) = 2*(-\frac{7}{20})^2 - 4*(-\frac{7}{20}) - 1 \\ f(-\frac{7}{20}) = 0,645 \end{array} \Rightarrow PS_1(-0,35|0,645)$$

$$\begin{array}{l} f(-\frac{13}{20}) = 2*(-\frac{13}{20})^2 - 4*(-\frac{13}{20}) - 1 \\ f(-\frac{13}{20}) = 2,445 \end{array} \Rightarrow PS_2(-0,65|2,445)$$

