Übersichtsblatt:
Wurzeln und Wurzelgesetze

Was ist eine Wurzel?
Die Wurzelrechnung ist im Westlichen die Umkehrung der Potenzrechnung. Beim Potenzieren einer Zahl, z. B. mit dem Exponenten 2, wurde die Frage gestellt, welche Zahl ergibt sich, wenn ich die eine beliebige Zahl mit sich selbst multipliziere.

$$a \cdot a = a^2$$

Beim Ermitteln einer Quadratwurzel stellen wir uns nun die umgekehrte Frage. Hier haben wir eine Zahl a gegeben und wollen wissen, welche Zahl man mit sich selbst multiplizieren muss damit a dabei als Ergebnis rauskommt. Dabei ist die Quadratwurzel nur das einfachste Beispiel. Durch das Wurzelziehen, können wir auch höhere Exponenten abbilden. Wir reden hierbei von der n-ten Wurzel. Dabei gilt, dass n immer dem Exponenten entspricht der „rückgängig" gemacht werden soll.

$$a \cdot a \cdot a = a^3 \Rightarrow \sqrt[3]{a^3} = a$$

Schreibweise:
Wir betrachten die n-te Wurzel aus a.

Wurzelexponent

Wurzelzeichen

$$\sqrt[n]{a}$$

$a \in \mathbb{R}^+$
$n \in \mathbb{N}$

Radikand

Dieser Ausdruck kann auch als Exponent geschrieben werden:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

Übrigens:
Wenn für n nichts da steht, geht man immer von der Quadratwurzel aus. $\sqrt{a}$ bedeutet also eigentlich $\sqrt[2]{a}$.

Rechenregen für Wurzeln:
Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die wichtigsten Regeln im Umgang mit Wurzeln.

Situation	Regel	Formel
Multiplikation von Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten	Die beiden Radikanden werden unter einer Wurzel miteinander multipliziert.	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{(a \cdot b)}$
Division von zwei Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten	Die beiden Radikanden werden unter einer Wurzel dividiert.	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)}$
Eine Wurzel exponieren	Wir dein Wurzelausdruck exponiert, so wirkt sich der Exponent nur auf den Radikand aus.	$(\sqrt[n]{a})^b = \sqrt[n]{a^b}$
Die Wurzel aus der Wurzel	Zieht man eine Wurzel aus einer Wurzel, so werden die beiden Wurzelexponenten miteinander Multipliziert.	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$