Übersichtsblatt:
Produktionsmodelle und -funktionen

Eine Produktion ist effizient wenn:

1. Es nicht möglich ist, eine gegebene Ausbringungsmenge bei Verminderung der Einsatzmenge eines Produktionsfaktors herzustellen, ohne die Einsatzmenge mindestens eines weiteren Produktionsfaktors zu erhöhen.
2. Es nicht möglich ist, mit einer gegebenen Einsatzmenge jedes Produktionsfaktors eine höhere Ausbringungsmenge herzustellen.

Produktionsfunktionen:

Die Produktionsfunktion gibt den funktionalen Zusammenhang zwischen Input und Output bei technisch effizienter Produktion an**.**

Eine Produktion kann in einer Funktion abgebildet werden wenn:

1. *Teilbarkeit aller Produkte*
   Dies ist erfüllt, wenn z.B. statt einer Messung Einheiten auch eine Messung nach Gewicht oder Fläche möglich ist.

2. *Homogenität aller Produkte*
   Dies bedeutet, dass die Einheiten eines Produktionsfaktors oder Produktes untereinander tauschbar sein müssen. z.B. Arbeiter A arbeitet genau so gut wie Arbeiter B.

vorliegt.

Arten von Produktionsmodellen:

Unterscheidung nach Produktionsstufen und –tiefe:

Produkte / Fertigungsstufen	eins	mehrere
eine	einstufige Einproduktmodelle	einstufige Mehrproduktmodelle
mehrere	mehrstufige Einproduktmodelle	mehrstufige Mehrproduktmodelle

Unterscheidung nach zeitlicher Berücksichtigung und Sicherheit:

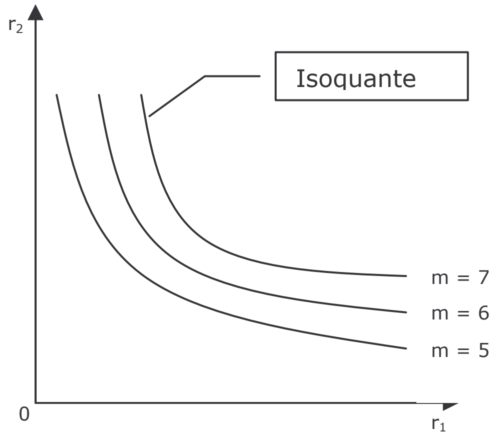
Berücksichtigung der Zeit / Sicherheit	nein	ja
sicher	statisch-deterministische Produktionsmodelle	dynamisch-deterministische Produktionsmodelle
unsicher	statisch - stochastische Produktionsmodelle	dynamisch - stochastische Produktionsmodelle

Merke: Da diese Produktionsmodelle bei Mehrstufiger Produktion in der Regel zu sehr komplexen Gebilden heranwaschen werden sie in der Praxis meist nicht verwendet.

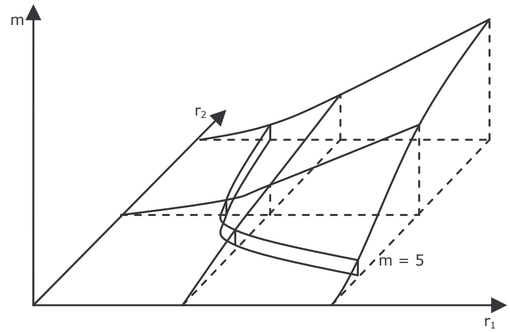
Übersichtsblatt:
Substitutionalität und Limitationalität

Isoquanten:

Eine Isoquante ist eine Linie, welche alle möglichen Faktoreinsatzkombinationen, die zur gleichen Ausbringungsmenge führen, mit einander verbindet.



In der nebenstehenden Abbildung sind 3 Isoquanten abgebildet. Jeweils eine für die Ausbringungsmengen m = 5, m = 6 und m = 7. Die verschiedenen Faktorkombinationen dürfen nur dann durch eine Linie verbunden werden, wenn wir davon ausgehen, dass R_1 und R_2 unbegrenzt teilbar sind.



In der zweiten Abbildung sehen wir ein sogenanntes Ertragsgebirge. Hier ist der selbe Sachverhalt dargestellt nur wird m für jede mögliche Faktorkombination mitabgebildet. Bei m = 5 ist die Isoquante als Fläche eingetragen.

Arten von Produktionsfunktionen

Substitutionale Produktionsfunktionen:

Von einer substitutionalen Produktionsfunktion spricht man, wenn die Produktionsfaktoren durch einander ersetzt werden können.

Alternative Substitution:

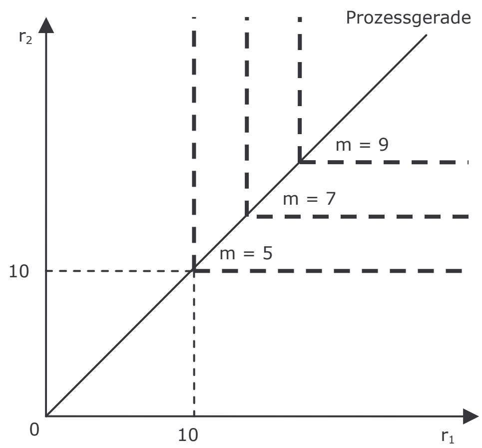
Sind die Produktionsfaktoren vollkommen gegeneinander austauschbar, was bedeutet, dass man unter umständen auch ganz auf einen von ihnen verzichten könnte, so spricht man von alternativer Substitution.

Periphere Substitution:

Dies liegt vor wenn von jedem Produktionsfaktor eine Mindestmenge für die Produktion erforderlich ist.

Limitationale Produktionsfunktionen:

Von einer limintationalen Produktionsfunktion spricht man, wenn die Produktionsfaktoren zu einander in einem festen Verhältnis stehen.



Für jede Ausbringungsmenge gibt es nur eine effiziente Faktorkombination. Die Isoquanten lassen sich als einzelne Punkte darstellen und werden durch eine sogenannte Prozessgerade mit einander verbunden um eine Produktionsfunktion abzubilden.

Übersichtsblatt:
Partial- und Totalanalyse

Betrachtungsarten von Produktionsfunktionen:

1. Die Ausbringungsmenge wird als konstant angenommen. Nun lautet die Frage:
   Welche Kombinationen von r_1 und r_2 bringen die gewünschte Ausbringungsmenge.

   Versucht man dies graphisch darzustellen so erhält man das bereits bekannte Bild von den Isoquanten auf Seite 2.

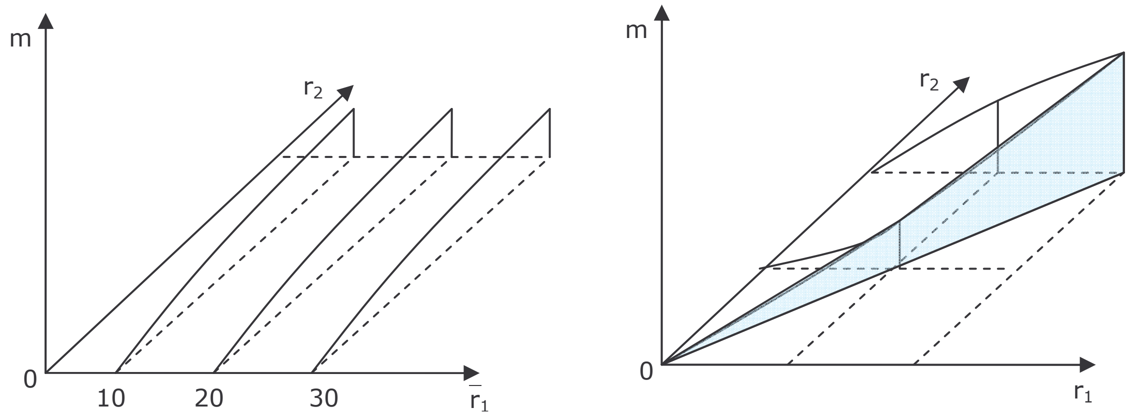
2. Ein Produktionsfaktor wird als konstant angenommen (z.B. r_1). Nun lautet die Frage:
   Wie ändert sich m wenn r_2 verändert wird und r_1 konstant bleibt.

   Man spricht hierbei auch von einer Partialen Faktorvariation

3. Alle drei Größen bleiben Variabel. Nun lautet die Frage:
   Wie ändert sich m wenn r_1 und r_2 proportional verändert werden.

   Man spricht hierbei auch von einer Totalen Faktorvariation

Graphische Darstellungen der Betrachtungsweisen 2 und 3:



Die drei Betrachtungen in Übersichtlicher Form:

Fragestellung	Konstant	Schnitt durch Ertragsgebirge	Untersuchungs-gegenstand
1	Ausbringungsmenge (m)	horizontal	Isoquanten
2	Faktoreinsatzmenge (r_1 oder r_2)	vertikal, parallel zu r_2-Achse oder r_1-Achse	Partielle Faktorvariation
3	Faktoreinsatz-Verhältnis (r_1:r_2)	vertikal, entlang der Prozessgeraden	Totale Faktorvariation

Übersichtsblatt:
Produktionstheoretische Grundbegriffe

Analyse von Isoquanten:

Bei Produktionsmodellen bei denen mehr als 2 Produktionsfaktoren eingesetzt werden ist eine zeichnerische Analyse der Produktionsfunktion nicht mehr möglich. In diesem fall muss man mathematische Instrumente zurückgreifen.

Grenzrate der Substitution:

Sie gibt an wie viele zusätzliche Einheiten von R2 eingesetzt werden müssen, wenn vom Faktor R1 eine Einheit weniger eingesetzt wird und dabei die Ausbringungsmenge m unverändert bleiben soll.
Graphisch lässt sich die Grenzrate der Substitution als Steigung der Funktion an der jeweiligen Stelle bestimmen.
Analytisch lässt sich die Steigung der Isoquante ermitteln, indem die Funktion nach einem Produktionsfaktor aufgelöst und diese Isoquantenfunktion abgeleitet wird.

$$r_2 = \frac{\bar{m}}{r_1} \quad \text{[Isoquantenfunktion]}$$

Ableitung durch Quotientenregel

$$\frac{dr_2}{dr_1} = \frac{\bar{m}' * r_1 - \bar{m} * r_1'}{r_1^2} = -\frac{\bar{m}}{r_1^2}$$

Analyse der partiellen Faktorvariation:

Diese Analyse ist beispielsweise bei einer kurzfristigen Betrachtung sinnvoll, bei der nur die Einsatzmengen eines Faktors variiert werden kann während die Einsatzmengen der übrigen Faktoren kurzfristig nicht beeinflussbar sind.

Partielles Grenzprodukt:

Wird auch als Grenzertrag des variablen Faktors bezeichnet. Es wird untersucht wie sich die Ausbringungsmenge bei Einsatz einer zusätzlichen Einheit des variablen Faktors verändert.
Graphisch lässt sich der Grenzertrag als Steigung der partiellen Gesamtertragsfunktion bestimmen.
Rechnerisch lässt sich der Grenzertrag durch Ableitung der Funktion bestimmen.

$$dm_{rv} = \frac{\delta m}{\delta r_v} * dr_v \quad \text{[Partielles Grenzprodukt]}$$

Durchschnittsertrag [e]:

Dieser lässt sich bestimmen indem man den Gesamtertrag durch die Einsatzmenge des variablen Faktors teilt.

$$e_v = \frac{m}{r_v} \quad \text{[Durchschnittsertrag des variablen Faktors R1 bzw. R2]}$$