Aufgabe 1:

a) Es sei z = 2-j und w = -3+4j. Berechnen Sie $\frac{z}{\overline{z}}, \frac{1}{w}, |z|, z + 2w$

b) Berechnen Sie Real und Imaginärteil von $z = 3 \cdot e^{\frac{3\pi}{4} j}$

c) Zeichnen Sie sämtliche Lösungen der Gleichung $z^3 - 27j = 0$ in der komplexen Zahlenebene.

Aufgabe 2

a) Zeigen Sie zunächst mit Hilfe von Determinanten, dass die Matrix A invertierbar ist, berechnen Sie dann die inverse Matrix A^{-1}.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3:

a) Berechen Sie det(A) durch Entwicklung nach geeigneten Zeilen oder Spalten für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Berechen Sie det(B) durch elementare Umformung auf Dreiecksgestallt für

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 16 & 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4:

Lösen Sie das Folgende Gleichungssystem Ax=b für

$A = \begin{pmatrix} -1 & 10 & 5 \\ 3 & -6 & -2 \\ -8 & 14 & 4 \end{pmatrix}$ und b = $b = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Cramerschen Regel auf.

Aufgabe 5:

a) Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ -2 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

$A + A^T, A \cdot B$

b) Es sei $f : R^2 \to R^3$ gegeben durch $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ und

$g : R^3 \to R^2$ $g\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $g \circ f : R^2 \to R^2$.