

AUFGABENBLATT:

DIFFERENTIALRECHNUNG

Aufgabe 1

Berechnen Sie auf dem direkten Wege über den Differenzenquotienten die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3$

a) an der Stelle $x_0 = 1$

b) an der Stelle $x_0 = 4$

Aufgabe 2

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach der Potenzregel:

a) $f(x) = 4x^5$

c) $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$

b) $f(x) = 2 \cdot x^{a+1}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$

f) $f(x) = x^{1/2}$

Aufgabe 3

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach der Summenregel:

a) $f(x) = -10x^4 + 2x^3 - 2$

c) $f(x) = \frac{10}{x^3} - 3 \cdot \lg x + \tan x$

b) $z(t) = a \cdot \cos t - t^2 + e^t + 1$

d) $f(x) = 4 \cdot \sqrt[3]{x^5} - 4 \cdot e^x + \sin x$

Aufgabe 4

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach der Produktregel:

a) $f(x) = (4x^3 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 5)$

b) $f(x) = \tan^2 x$

e) $f(x) = 2x \cdot \ln x$

h) $f(x) = \ln x \cosh x$

c) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

f) $f(t) = e^t \cdot \cos t$

i) $f(x) = x^2 \cdot \arcsin x$

d) $f(x) = (3x + 5x^2 - 1)^2$

g) $f(x) = x^n \cdot e^x$

j) $f(x) = 2x \cdot e^x \cdot \cos x$

Aufgabe 5

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach der Quotientenregel:

a) $f(x) = \frac{5x^5 - 6x^2 + 1}{x^2 + 2x + 1}$

e) $f(x) = e^{-x} \cdot \ln x$

i) $f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$

b) $f(x) = \frac{10x}{x^2 + 1}$

f) $f(x) = \frac{x^{1/2} - x^2}{x^2 + 1}$

j) $f(x) = \frac{\arctan x}{e^x}$

c) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

g) $f(x) = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

k) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

d) $f(x) = \frac{2x^3 - 6x^2 + x - 3}{x^3 - 5x}$

h) $f(x) = \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

Aufgabe 6

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen nach der Kettenregel:

a) $f(x) = 5 \cdot (4x^3 - x^2 + 1)^5$

h) $f(x) = e^{x^2 - 2x + 5}$

b) $f(x) = \frac{10}{x^3 - 2x + 5}$

i) $f(x) = \arccos \sqrt{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \sin(x + 2)$

j) $f(x) = \arctan(x^2 + 1)$

d) $f(t) = 2 \cdot \cos\left(10t - \frac{\pi}{3}\right)$

k) $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 4x + 10)^2}$

e) $f(x) = 3 \cdot e^{-4x}$

l) $f(x) = (x^3 - 4x + 5)^{-5/3}$

f) $f(x) = \sin^2(2x - 4)$

m) $f(x) = 5 \cdot \cos(x^2 + 2x - 1)^2$

g) $f(x) = 2 \cdot \ln(x^3 - 2x)$

n) $f(x) = \ln|\cos x|$

AUFGABENBLATT:

DIFFERENTIALRECHNUNG

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die jeweiligen Kurvenpunkte mit waagerechter Tangente:

a) $f(x) = 5 \cdot e^{-x^2}$

b) $f(x) = 3(x-2)^2(x-1)$

c) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

d) $f(x) = [1 - e^{-x+2}]^2$

e) $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 9x$

Aufgabe 9

In welchen Punkten der Kurve mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ verlaufen die Tangenten Parallel zur Geraden $g(x) = \frac{1}{4}x - 2$?

Aufgabe 10

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen diejenigen Kurvenpunkte, in denen die Tangenten parallel zur x -Achse verlaufen.

a) $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$

b) $f(x) = 5 + 3x^2 - \frac{1}{2}x^4$

Aufgabe 11

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen *zweimal*:

a) $f(t) = e^{-0,8t} \cdot \cos t$

b) $f(x) = x^3 \cdot \ln x - x \cdot \arctan x$

c) $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$

d) $f(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

e) $f(x) = 4^{x \cdot \sin x}$

f) $f(x) = \frac{(x-2)(x+5)}{x^3+x^2-2}$