

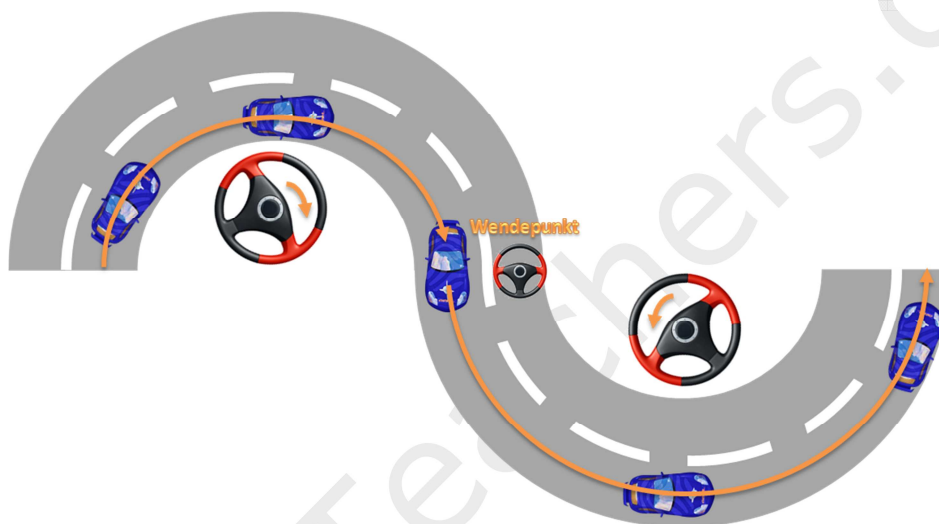
WENDEPUNKTE UND KRÜMMUNG

Was ist ein Wendepunkt?

Ein Wendepunkt ist der Punkt, an dem der Graph einer Funktion seine Krümmung ändert. Wendepunkte befinden sich zwischen zwei lokalen Extrema. Die Steigung der Funktion (1. Ableitung) hat an dieser Stelle ein lokales Extrema.

Wie erkenne ich einen Wendepunkt?

Stell dir den Funktionsgraph als eine Straße mit einer S-Kurve vor, auf der du mit dem Auto fährst. Während der Fahrt musst du das Lenkrad zunächst immer weiter nach rechts drehen. Wenn du am Höhepunkt (lokales Extrema) der Kurve angekommen bist, beginnst du damit, die Rechtsdrehung des Lenkrades langsam wieder zurück zu nehmen. Wenn du in die zweite Phase der S-Kurve eintrittst, musst du Lenkrad nach links drehen. Zwischen diesen beiden Phasen gibt es einen kurzen Moment, in dem du das Lenkrad genau gerade ausgerichtet hast – das Auto als weder nach rechts noch nach links gelenkt wird. Dies ist der Wendepunkt.



Wendepunkte berechnen

Exkurs: Krümmungsverhalten

Die Krümmung eines Funktionsgraphen wird durch die zweite Ableitung der Funktion dargestellt.

Rechtskrümmung (konvex): $f''(x) < 0$

Linkskrümmung (konkav): $f''(x) > 0$

Der Wendepunkt ist der Punkt, an dem die zweite Ableitung gleich 0 ist, die Funktion also weder eine konkave noch eine konvexe Krümmung aufweist.

Wir definieren als notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$

Tatsächlich trifft diese Bedingung allerdings auch bei Sattelpunkten zu. Um also abzugrenzen, ob es sich bei dem gefundenen Punkt um einen Wende- oder einen Sattelpunkt handelt, ist es notwendig noch eine zweite (hinreichende) Bedingung zu untersuchen. Wenn wir einen potenziellen Wendepunkt berechnet haben, setzen wir die X-Koordinate in die dritte Ableitung ein. Ist das Ergebnis ungleich 0, liegt ein Wendepunkt vor.

Hinreichende Bedingung: $f'''(x_w) \neq 0$