

# ÜBERSICHTSBLATT: ORTSKURVEN

## Was sind Ortskurven?

Ortskurven sind ein Hilfsmittel das man beim Umgang mit Funktionsscharen verwendet. Eine Ortskurve ist dabei eine Kurve, auf der alle Punkte einer Funktionsschar liegen, die eine Gewisse Eigenschaft erfüllen. Diese Eigenschaften können z. B. sein dass die erste Ableitung null ist. Somit würde die Ortskurve alle Extrema der Funktionsschar beinhalten.

## Berechnung der Ortskurve für lokale Extrema:

Um die Ortskurve einer Funktionsschar zu berechnen, die alle lokalen Extrema der Schar aufweist, muss man den folgenden Aktionsplan anwenden:

- ▶ Zunächst ganz normal die Extremstellen der Kurvenschar bestimmen, mit der zweiten Ableitung prüfen und über die Ausgangsgleichung die Y-Koordinaten berechnen.
- ▶ Nun die X-Koordinate nach der Formvariablen (Schar-Variablen) umstellen.
- ▶ Dann die umgestellte X-Koordinate in die Y-Koordinate einsetzen und somit die Ortskurve für die Bestimmung von Y-Werten unabhängig von der Formvariablen herleiten.

### Beispiel:

Gegeben ist die Funktionsschar  $f_k(x) = x^2 + kx + 1$  für die wir die Ortskurve für lokale Extrema bestimmen sollen.

Nach dem oben beschriebenen Aktionsplan bilden wir zunächst die beiden ersten Ableitungen dieser Schar:

$$f'_{k}(x) = 2x + k$$
$$f''_{k}(x) = 2$$

Nun setzen wir die erste Ableitung gleich null und ermitteln damit die möglichen X-Werte der Extrempunkte:

$$\begin{array}{rcl} 0 & = & 2x + k \quad | -k \\ -k & = & 2x \quad \quad | :2 \\ -\frac{1}{2}k & = & x \end{array}$$

Die zweite Ableitung an der Stelle  $-\frac{1}{2}k$  ist auf jeden Fall größer als Null, daher ist diese Stelle als Extremstelle bestätigt. Wir setzen sie also in die Ausgangsgleichung ein um die Y-Koordinate zu ermitteln.

## Berechnung der Ortskurve für Wendepunkte:

Um die Ortskurve einer Funktionsschar zu berechnen, die alle Wendepunkte der Schar aufweist, geht man im Grunde genauso vor, wie zuvor bei den Extremwerten:

- ▶ Zunächst ganz normal die Wendestellen der Kurvenschar bestimmen, mit der dritten Ableitung prüfen und über die Ausgangsgleichung die Y-Koordinaten berechnen.
- ▶ Nun die X-Koordinate nach der Formvariablen (Schar-Variablen) umstellen.
- ▶ Dann die umgestellte X-Koordinate in die Y-Koordinate einsetzen und somit die Ortskurve für die Bestimmung von Y-Werten unabhängig von der Formvariablen herleiten.

$$f_k\left(-\frac{1}{2}k\right) = \left(-\frac{1}{2}k\right)^2 + k \cdot \left(-\frac{1}{2}k\right) + 1$$
$$f_k\left(-\frac{1}{2}k\right) = -\frac{1}{4}k^2 + 1$$

Als Extrempunkt für die Kurvenschar ergibt sich somit:  $P_E\left(-\frac{1}{2}k \mid -\frac{1}{4}k^2 + 1\right)$

Um die allgemeine Ortskurve zu ermitteln, stellen wir nun die X-Koordinate nach der Formvariablen  $k$  um. Es ergibt sich die Gleichung  $k = -2x$ .

Diesen Term setzen wir jetzt für  $k$  in die Y-Koordinate des Extrempunktes ein. Wir erhalten:

$$y = -\frac{1}{4} \cdot (-2x)^2 + 1$$
$$y = -x^2 + 1$$

Die ist die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Extrempunkte dieser Funktionsschar liegen.