Übersichtsblatt:
Nullstellen von Polynomen

Die notwendige Bedingung zur Berechnung der Nullstelle eines Polynoms lautet, genau wie bei den linearen und quadratischen Funktionen:

$$\boxed{f(x) = 0}$$

Bei den linearen Funktionen genügte dies schon um die X-Koordinate auszurechnen, man formte die Funktion einfach um. Bei den Quadratischen Funktionen bedienten wir uns hierzu der p-q-Formel. Wenn wir uns allerdings mit Polynomen beschäftigen, wo werden wir nur mit diesen Mitteln nicht weit kommen. Hier gibt es 4 grundlegende Methoden zur Berechnung von Nullstellen:

- Substitution
- Ausklammern
- Polynomdivision
- Horner–Schema

Gehen wir die einzelnen Methoden nun mal der reihe nach durch.

Substitution:

Diese Methode kann nur dann angewendet werden, wenn eine Funktion vorliegt, welche ausschließlich gerade Exponenten hat die nicht größer sind als 4.

z.B. $f(x) = x^4 + x^2 + 3$

Man geht vor wie folgt:

Aus x^4 wird z^2
Aus x^2 wird z => $z^2 + z + 3$

Diese Funktion kann nun mit Hilfe der p-q-Formel gelöst werden.
Allerdings ***M U S S*** aus den beiden Ergebnissen, welche man in der p-q-Formel erhält, noch einmal die Wurzel gezogen werden. Man erhält also 4 Ergebnisse für X.

Ausklammern:

Wenn in jedem Term der Funktion ein x steht, und die höchste Potenz eine 3 ist, so kann man x ausklammern um zur Nullstelle zu gelangen.

z.B. $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$

Man geht vor wie folgt:

Der gesamte Term durch x geteilt, dann wird dieses x mit einem Malpunkt vor eine Klammer geschrieben in der sich der Rest der Funktion befindet. In unserem Beispiel hieße das:

Aus $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ wird $f(x) = x * (x^2 + 2x + 1)$

Nun können die Beiden Terme getrennt als Funktionen behandelt werden.

$0 = x \Rightarrow N_1\ (0|0)$

$x_{2 \text{ und } 3}$ erhält man durch Einsatz der p-q-Formel.

© Marco Rancinger

eTeachers.de
Lernen leicht gemacht

Übersichtsblatt:
Nullstellen von Polynomen

Polynomdivision:

Die Polynomdivision ist die absolute Allzweckwaffe wenn es darum geht die Nullstelle eines Polynoms zu bestimmen. Mit ihr kann man die Nullstellen jedes Polynoms bestimmen, unabhängig davon welchen Grad die Funktion hat oder ob die Exponenten gerade oder ungerade sind.

Man geht vor wie folgt:

Zunächst muss man eine Zahl raten. Diese geratene Zahl wird dann mit den Term „x-“ in eine Klammer geschrieben. Nun wird die gesamte Funktion durch diesen Term geteilt.

z.B. $(x^3 + 2x^2 + 5x + 4) : (x-(-1)) =$

$(x^3 + 2x^2 + 5x + 4) : (x+1) = \underline{\underline{x^2 + x + 4}}$
$\underline{-(x^3 + x^2)}$
$x^2 + 5x$
$\underline{-(x^2 + x)}$
$4x + 4$
$\underline{-(4x + 4)}$
$\underline{0}$

5280 : 5 = 10 5 6
$\underline{-(50)}$
28
$\underline{-(25)}$
30
$\underline{-(30)}$
$\underline{0}$

- ⇨ Die erste Nullstelle liegt bei N(-1|0)
- ⇨ Die zweite und dritte Nullstelle erhält man wenn man die neue Gleichung hinter dem Gleichzeichen in die p-q-Formel einsetzt.
- ⇨ Bei Funktionen deren Grad höher ist als 3 muss die Polynomdivision gegebenenfalls mehrmals wiederholt werden.

Horner – Schema:

Das Horner-Schema funktioniert ganz ähnlich wie die Polynomdivision. Auch mit dieser Methode lassen sich die Nullstellen aller Funktionen berechnen. Es gibt allerdings Ausnahmefälle in denen nur die Polynomdivision zum Erfolg führt.

Man geht vor wie folgt:

Zunächst muss man auch hier eine Zahl raten. Dann wird eine Art Tabelle gezeichnet. Hierbei wird für jeden Koeffizienten der Funktion eine Spalte eingerichtet. Es gibt insgesamt 3 Zeilen. In der 1. Zeile stehen die Koeffizienten, in der 3. Steht die summe aus der 1. und der 2.. In der 2. Zeile steht das Produkt aus der 3. Zeile der vorhergehenden Spalte und der geratenen Zahl. Steht in der letzten Zelle der Tabelle ein 0. So hat man eine Nullstelle gefunden.

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 4$

	1	2	5	4
	0	-1	-1	-4
x = - 1	1	1	4	0

Nach der Anwendung des Horner-Schemas werden die Zahlen aus der letzten Zeile zu den Koeffizienten einer neuen Funktion, welche einen Grad niedriger ist als die Ausgangsgleichung.

=> $\underline{x^2 + x + 4}$

© Marco Rancinger

eTeachers.de Lernen leicht gemacht