Übersichtsblatt:
Linearfaktorzerlegung

Ausgangspunkt:

Gegen ist eine ganzrationale Funktion vom Grad ≥ 1 die in ihre Linearfaktoren zerlegt werden soll.

Vorgehensweise:

Man kann sich generell merken, dass es zu jeder Nullstelle einer ganzrationalen Funktion einen Linearfaktor gibt. Will man also die Linearfaktoren einer Funktion bestimmen, so beginnt man damit ihre Nullstellen zu ermitteln.

Wenn man dies getan hat, so muss man die Funktion nur noch in folgender Weise umschreiben:

$$(x - x_{N_1}) \cdot (x - x_{N_2}) \cdot \ldots \cdot (x - x_{N_n}) = \prod_{i=1}^{n} (x - x_{N_i})$$

Im Klartext heißt das, dass man für jede Nullstelle einen Term (x-„X-Wert der Nullstelle“) bildet. Und all diese Terme dann miteinander multipliziert.

Man lässt dies allerdings so stehen und multipliziert die Terme nicht aus, da man ansonsten wieder die Ursprungsfunktion erhalten würde.

Beispiel:

Lassen Sie uns die Funktion $f(x) = -2x^2 + 8$ in ihre Linearfaktoren zerlegen.

Hierzu bestimmen wir zunächst die Nullstellen der Funktion:

$0 = -2x^2 + 8$
$0 = 2 \cdot (-2x^2 + 8)$
$0 = -2x^2 + 8$
$2x^2 = 8$
$x^2 = 4$
$x = \pm\sqrt{4} \implies x_{N_1} = -2;\ x_{N_2} = 2$

Für diese beiden Nullstellen bilden wir jetzt die Linearfaktoren:

$(x - -2) \cdot (x - 2) = (x + 2) \cdot (x - 2)$

Damit ist die Zerlegung in Linearfaktoren auch schon abgeschlossen. Um zu testen, dass einem keine Rechenfehler unterlaufen sind, kann man nun noch die Klammern ausmultiplizieren. Wenn dabei wieder Ursprungsfunktion herauskommt, hat man alles richtig gemacht.