



Übersichtsblatt: Herleiten von Funktionsgleichungen

Gesucht wird eine zur $f(x)$ -Achse symmetrische Parabel 4. Ordnung. Sie hat in $P(2|0)$ eine Wendetangente mit der Steigung $m_t = -\frac{4}{3}$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

1. Aufstellen von Normalform und Ableitungen:

$$\begin{aligned}f(x) &= ax^4 + bx^2 + d \\f'(x) &= 4ax^3 + 2bx \\f''(x) &= 12ax^2 + 2b \\f'''(x) &= 24ax \\f^{IV}(x) &= 24a \\f^V(x) &= 0\end{aligned}$$

2. Aufstellen von Arbeitsgleichungen:

$$\begin{aligned}\text{I.) } f(2) &= 0; & 0 &= 16a + 4b + d \\ \text{II.) } f'(2) &= -\frac{4}{3}; & -\frac{4}{3} &= 32a + 4b \\ \text{III.) } f''(2) &= 0; & 0 &= 48a + 2b\end{aligned}$$

3. Terme mit dem Additionsverfahren auflösen:

$$\begin{array}{l} \text{II + III:} \\ 0 = 48a + 2b \\ \underline{\frac{2}{3} = -16a - 2b} \\ \frac{2}{3} = 32a \quad | :32 \\ \frac{1}{48} = a \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a in II:} \\ -\frac{4}{3} = \frac{2}{3} + 4b \quad | -\frac{2}{3} \\ -2 = 4b \quad | :4 \\ -\frac{1}{2} = b \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a + b in I:} \\ 0 = \frac{1}{3} - 2 + d \\ 0 = -\frac{5}{3} + d \\ \frac{5}{3} = d \end{array}$$

4. Aufstellen der Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{48}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}$$

5. Fertig!

