Übersichtsblatt:
Funktionsscharen

Funktionsscharen sind im Wesendlichen nichts anderes, als eine Anhäufung von Funktionen die über eine oder mehrere Gemeinsamkeiten verfügen.

Beispiel:

$f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 3x + 4$
$f(x) = 3x^3 + 5x^2 + 3x + 5$
$f(x) = 3x^3 + 6x^2 + 3x + 6$
$f(x) = 3x^3 + 7x^2 + 3x + 7$

Diese Funktionen könnten auch als Funktionsschar ausgedrückt werden:

$f(x) = 3x^3 + tx^2 + 3x + t$

Diese Schreibweise dient maßgeblich dazu, das rechnen mit diesem Funktionen zu vereinfachen. So genügt es eine Kurvendiskussion ein einziges Mal für alle t durchzuführen. Man muss sie nicht für jeden einzelnen t-Wert neu machen.

$f_t(x) = x^3 - 3t^2x$

1. Ableitungen:

$f_t'(x) = 3x^2 - 3t^2$
$f_t''(x) = 6x$
$f_t'''(x) = 6$

2. Symmetrie:

Punktsymmetrie, da nur *ungerade* Exponenten

3. Definitionsbereich und Grenzwerte:

ID =IR	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$	$= -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$	$= +\infty$

4. Nullstellen:

$0 = x^3 - 3t^2x$
$0 = x(x^2 - 3t^2) \Rightarrow N_1\ (0|0)$

$0 = x^2 - 3t^2$	$\mid + 3t^2$
$3t^2 = x^2$	$\mid \oplus$
$!\oplus 3t = x$	$\Rightarrow N_2\ (\oplus 3t|0),\ N_3\ (-\oplus 3t|0)$

5. Extremwerte:

$0 = 3x^2 - 3t^2$	$\mid :3$	$f_t(t) = (t)^3 - 3t^2(t)$	$f_t(-t) = (-t)^3 - 3t^2(-t)$	$f_t''(t) = 6t > 0 \Rightarrow TP$
$0 = x^2 - t^2$	$\mid \underline{+}t^2$	$f_t(t) = t^3 - 3t^3$	$f_t(t) = -t^3 + 3t^3$	$f_t''(-t) = -6t < 0 \Rightarrow HP$
$t^2 = x^2$	$\mid \oplus$	$f_t(t) = -2t^3$	$f_t(t) = 2t^3$	
$!\ t = x$				

$TP(t|-2t^3),\ HP(-t|2t^3)$

6. Wendepunkte:

$0 = 6x$	$\mid :6$	$f_t(0) = (0)^3 - 3t^2(0)$	
$0 = x$		$f_t(t) = 0$	$\Rightarrow W(0|0)$