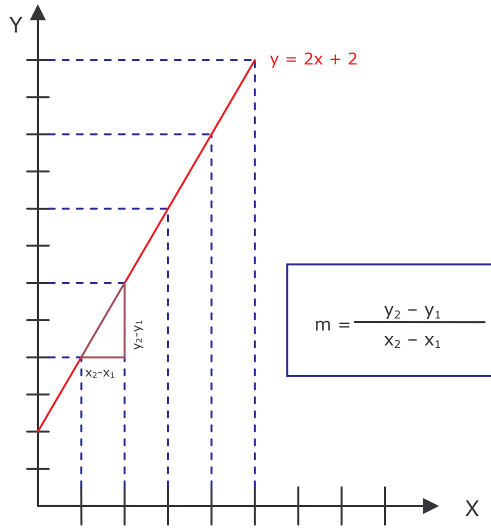
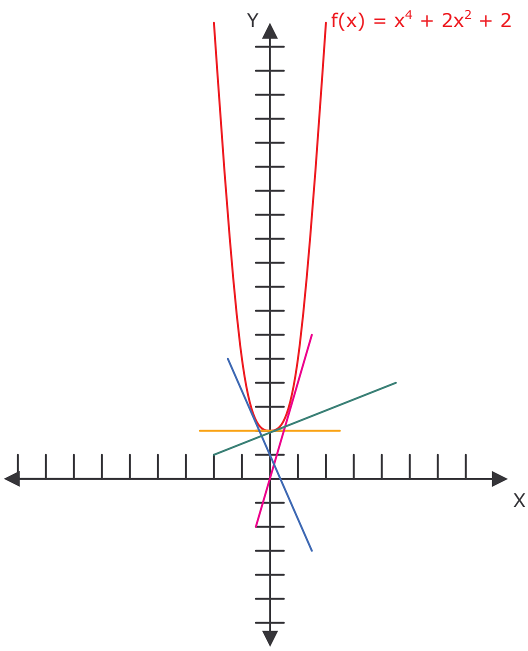
Übersichtsblatt:
Einführung in die Differenzialrechnung

Wenn im Rundfunk bei der Wettervorhersage der Luftdruck oder bei Hochwasser der Pegelstand eines Flusses durchgegeben wird, dann wird dem jeweiligen Messwert meist der Zusatz „Tendenz steigen“ oder „Tendenz fallen“ hinzugefügt. Dieser Zusatz ist wichtig, weil er Voraussagen ermöglicht. Begründete Voraussagen sind nur möglich, wenn außer dem Messwert auch das Änderungsverhalten bekannt ist.

Dieses Änderungsverhalten ist uns als die sogenannte Steigung bekannt. Diese haben wir ganz am Anfang im Rahmen der linearen Gleichungen kennen gelehrt. Wir haben damals um die Steigung einer linearen Funktion herauszufinden den sogenannten Differenzialquotienten der Funktion gebildet. Dazu bedienten wir uns dem Steigungsdreieck. Wir dividierten die Differenzen von X und Y durcheinander und erhielten die Funktionssteigung. Dies war bei den linearen Funktionen kein großes Problem. Die Steigung konnten wir innerhalb weniger Minuten errechnen, das geübte Auge konnte sie sogar aus einer Zeichnung ablesen. Doch leider sind wir nicht bei den linearen Funktionen geblieben. Wir haben inzwischen auch die quadratischen Funktionen und Polynomen kennen gelehrt. Wie kann man die Steigung solcher Funktionen, welche sich wie eine Kurve darstellen, ermitteln? Wenn man sich eine Kurve ansieht so stellt man fest, dass diese an jeder Stelle eine andere Steigung hat. Dies wird deutlicher wenn wir uns die zweite Graphik ansehen. Wir haben hier eine Funktion 4. Grades um deren Scheitelpunkt herum wir mehre Tangenten an die Funktion angelegt haben. Man sieht ganz deutlich, dass obwohl die Punkte an dehnen die Tangenten anliegen sehr nah beieinander liegen, die Steigung der Tangenten doch sehr unterschiedlich sind. Man kann solo sagen, dass als Steigung für eine Funktion 2. oder höheren Gerades nicht eine, sondern mehrere Steigungen zugrunde liegen. Man kann daher nicht einfach irgendeine Zahl ausrechnen. Viel mehr ist die Steigung einer Funktion als eine andere Funktion definiert. Diese Funktion wird als Ableitung bezeichnet. Aus f(x) wird f’(x).



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{Differenzial-quotient}$$



Diese Ableitung wird gebildet wie folgt:

$$\boxed{\begin{aligned} f\,(x) &= ax^n \\ f'(x) &= n*ax^{n-1} \end{aligned}}$$

Beispiel:

$f\,(x) = x^4 + 2x^2 + 2$

$f'(x) = 4x^3 + 4x$