



# Übersichtsblatt: Die Kurvendiskussion

## Was ist das?

Bei einer Kurvendiskussion geht es im Grunde genommen darum alle Charakteristika eines Funktionsgraphen rechnerisch zu ermitteln. Zu ermitteln sind die folgenden Werte:

- Definitionsbereich
- Symmetrie
- Nullstellen
- Y-Achsen-Abschnitt
- Extremwerte
- Wendepunkte
- Sattelpunkte
- Monotonie- und Krümmungsverhalten
- Skizze

### 1. Definitionsbereich:

Der Definitionsbereich gibt an welche Werte für „x“ in die Gleichung eingesetzt werden können. Bei ganzrationalen Funktionen sind dies in der Regel alle reellen Zahlen. Hierbei gibt es jedoch, gerade bei praktischen Anwendungen, gewisse Ausnahmen.

### 2. Symmetrie:

Hierbei soll festgestellt werden ob die Funktion zur Y-Achse oder zum Koordinatenursprung symmetrisch ist.

Es gilt die Regel: Nur gerade Exponenten → Y-Achsen-Symmetrie  
Nur ungerade Exponenten → Punktsymmetrie  
Gerade und Ungerade Exponenten → keine Eindeutige Symmetrie

### 3. Nullstellen:

Dies sind die Schnittpunkte des Funktionsgraphen mit der X-Achse. Sie werden ermittelt indem man die Funktion  $f(x) = 0$  setzt. Je nach Funktionsgrad werden sie dann entweder einfach nach x aufgelöst oder mittels P-Q-Formel, Horner-Schema oder Polynomdivision so weit in ihrem Grad reduziert, dass die Auflösung nach x möglich wird.

### 4. Y-Achsen-Abschnitt:

Dies ist der Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der Y-Achse. Er wird ermittelt indem für  $x = 0$  eingesetzt wird. Danach wird einfach nach y aufgelöst.

### 5. Extremwerte:

Ein Extremwert ist ein Hoch- oder Tiefpunkt des Funktionsgraphen. Da die Funktion an dieser Stelle quasi die Richtung von oben nach unten (oder umgekehrt) ändert, ist die Steigung der Funktion an dieser Stelle = 0.

Aus der Differenzialrechnung wissen wir, dass die Steigung einer Funktion durch ihre erste Ableitung ausgedrückt wird.

Gesucht wird hier also der Punkt, bei dem  $f'(x) = 0$  ist.

Man ermittelt die Extremwerte also indem man die erste Ableitung bildet und diese dann = 0 setzt. Löst man das jetzt nach x auf so erhält man die x-Koordinaten der Extremwerte. Um den ganzen Punkt zu erhalten setzt man diese noch in die Ausgangsgleichung ein.

Um herauszufinden ob es sich um einen Hoch- oder Tiefpunkt handelt muss man noch die zweite Ableitung der Funktion bilden und dort den errechneten x-Wert ( $x_E$ ) einsetzen.

Es gilt die Regel:  $f''(x_E) > 0 \Rightarrow$  Minimum (Tiefpunkt)  
 $f''(x_E) < 0 \Rightarrow$  Maximum (Hochpunkt)





# Übersichtsblatt: Kurvendiskussion

## 6. Wendepunkte:

Als Wendepunkte bezeichnet man die Stellen an einem Funktionsgraphen, an denen er seine Richtung von links nach rechts (oder umgekehrt) ändert. Sie befinden sich immer zwischen zwei Extremwerten.

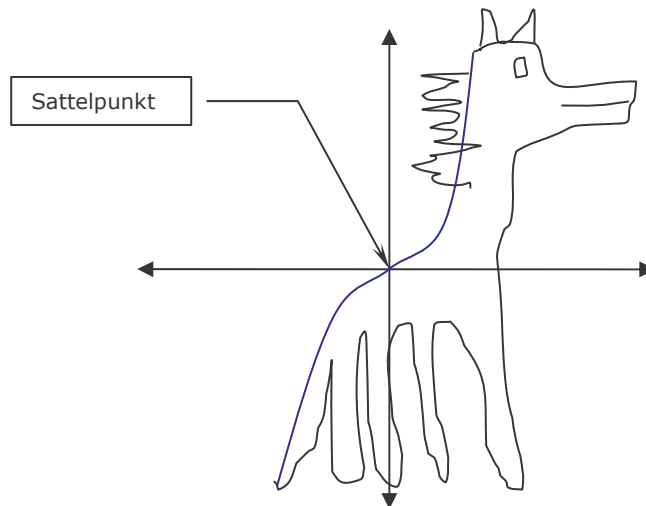
Man bestimmt einen Wendepunkt indem man die zweite Ableitung der Funktion = 0 setzt und dies dann nach x auflöst. Dieses Ergebnis wird dann in die Ausgangsgleichung eingesetzt und man erhält auch die Y-Koordinate.

**Achtung:** Wendepunkte müssen **IMMER** überprüft werden. Dies geschieht indem die X-Koordinate in die 3. Ableitung der Funktion eingesetzt wird.

Es gilt die Regel:  $f'''(x_w) \neq 0 \Rightarrow$  WENDEPUNKT!!!  
 $f'''(x_w) = 0 \Rightarrow$  KEIN WENDEPUNKT!!!

## 7. Sattelpunkte:

Diese Punkte stellen die Ausnahme dar und kommen, wenn überhaupt, meist bei punktsymmetrischen Funktionen vor. Dies sind Punkte an denen die erste und die zweite Ableitung der Funktion gleich null ergeben. Man könnte also etwas leger sagen, es handelt sich um einen Mix zwischen Extrema und Wendepunkt. Den Namen verdankt dieser Punkt dem Erscheinungsbild des Funktionsgraphen auf dem er liegt.



## 8. Monotonie- und Krümmungsverhalten:

Hierbei soll einfach nur angegeben werden ob eine Funktion steigt oder fällt, bzw. ob sie nach rechts oder nach links gekrümmt ist. Dies kann bei den meisten Mathematiklehrern aus der Skizze abgelesen werden. Es bietet sich auf jeden Fall an diesen Sachverhalt in einer Tabelle darzustellen:

Punkte	TP	W	HP	W	TP
Monotonie	fallend	steigend		fallend	steigend
Krümmung	links		rechts		links

## 9. Skizze:

Falls vorher noch keine Skizze angefertigt wurde, so kann jetzt, an hand der errechneten Daten der Funktionsgraph gezeichnet werden. Hierbei ist zu beachten, dass alle errechneten Punkte in der Zeichnung entsprechend gekennzeichnet werden müssen um Punktabzüge zu vermeiden.

