Übersichtsblatt:
Lineare Funktionen

Definition
Lineare Funktionen, sind Funktionen ersten Grades, die das proportionale Verhältnis zweier Variablen (x und y) angeben. Der Graph der linearen Funktion ist immer eine Gerade. Die Funktion ist eine Berechnungsvorschrift, die angibt, wie sich die abhängige Variable y für einen bestimmten Wert der unabhängigen Variable x berechnet.

Allgemeine Form der linearen Gleichung:

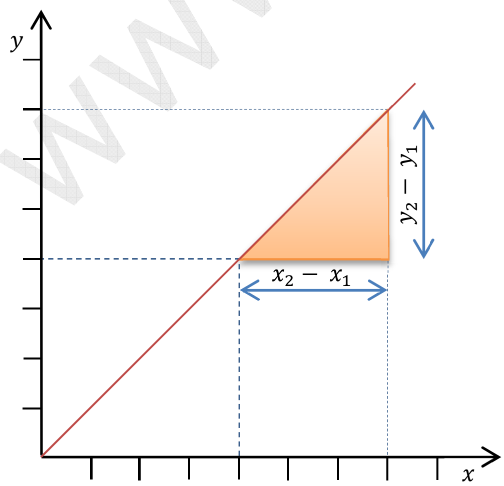
$$y = m \cdot x + b$$

Abhängige Variable: y
Steigung: m
Unabhängige Variable: x
y-Achsen-Abschnitt: b

Nur x und y sind Variablen. Die anderen Werte, stehen in dieser allgemeinen Form als Platzhalter für Konstanten. Mit der Steigung m wird angegeben, wie stark sich y verändert, wenn x um eins erhöht oder reduziert wird. Die Konstante b gibt an, auf welcher Höhe der Graph der Funktion die y-Achse schneidet. Dies ist der Wert für y, wenn man x auf 0 setzt.

Um den Graph einer linearen Funktion zu zeichnen muss man eigentlich nur einen Punkt berechnen. Durch y-Achsen-Abschnitt ist der Punkt $x = 0$ schon vorgegeben. Wenn man für x jetzt noch einen weiteren Wert einsetzt, braucht man die beiden resultierenden Punkte nur noch zu verbinden.

Steigung = Differenzialquotient
Wenn man einen Funktionsgraph gegeben hat, und die Steigung der Funktion bestimmen will, kann man diese mit Hilfe eines Steigungsdreiecks errechnen. Hierzu wählt man zwei Punkte aus, die man deutlich ablesen kann. Man zieht nun von der größeren y-Koordinate die kleine ab und von der größeren x-Koordinate ebenfalls die kleinere x-Koordinate. Man nennt diese beiden Größen auch Δx und Δy. Man Teilt nun Δy durch Δx und erhält als Ergebnis die Steigung m. Die Größe bezeichnet man auch Differenzialquotienten.



Formel:

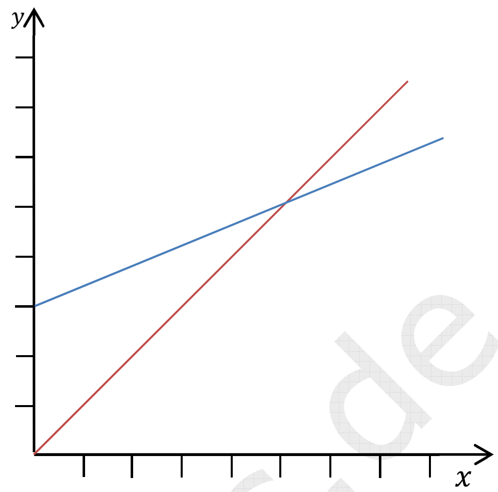
Differenzialquotient:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Übersichtsblatt:
Lineare Funktionen

Schnittpunkte berechnen:
Hat man mehrere lineare Funktionen gegeben, so kann es interessant sein, zu wissen wo bzw. ob diese sich schneiden. Hierzu gibt es grundlegend zunächst zwei Möglichkeiten:

- Die Graphen der Funktionen zeichnen und dann die Schnittpunkte im Koordinatensystem ablesen.
- Den Schnittpunkt rechnerisch bestimmen.



Da die erste Methode wohl jedem schnell einleuchten sollte und darüber hinaus, auf Grund ungenauer Zeichnungen, zu verfälschten Ergebnissen führen kann, werden wir uns im Folgenden hauptsächlich mit der rechnerischen Methode zur Schnittpunktberechnung beschäftigen.

Gesucht ist stets der Schnittpunkt mit den beiden Koordinaten x und y (Geschrieben: $SP(x|y)$). Zu dessen Berechnung unterscheiden wir drei Verfahren:

<u>Das Gleichsetzungsverfahren:</u>
Bei diesem Verfahren müssen beide Gleichungen nach y umgestellt werden. Ist dies geschehen, so kann man die beiden Funktionen gleichsetzten und durch elementare Umformungen nach x auflösen. Der für x errechnete werden muss dann noch eine der beiden Ausgangsgleichungen eingesetzt werden um die y-Koordinate zu bestimmen.

Beispiel:

$$\begin{aligned} y &= 2x + 4 \\ y &= 4x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + 4 &= 4x + 2 && | - 4 \\ 2x &= 4x - 2 && | - 4x \\ -2x &= -2 && | \div (-2) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

<u>Das Einsetzungsverfahren:</u>
Diese Methode bietet sich an, wenn bereits eine der beiden Funktionen nach y umgestellt ist. Diese umgestellte Funktion kann dann für y in die zweite Gleichung eingesetzt werden. Danach wird diese Gleichung einfach nach x aufgelöst. Das Ergebnis muss auch hier wieder in die Ausgangsgleichung eingesetzt werden.

Beispiel:

$$\begin{aligned} y &= 2x + 4 \\ -4x &= -y + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4x &= -(2x + 4) + 2 \\ -4x &= -2x - 2 && | + 2x \\ -2x &= -2 && | \div (-2) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

<u>Das Additions-/Subtraktionsverfahren:</u>
Wenn keine der beiden Funktionen nach y umgestellt ist, sie allerdings beide in der gleichen Form vorliegen, dann bietet sich das Additions- bzw. Subtraktionsverfahren an. Man addiert bzw. subtrahiert hierbei die beiden Funktionen so, dass eine der beiden Variablen hausfällt. Nun kann die resultierende Gleichung nach der übriggebliebenen Variablen aufgelöst werden.

Beispiel:

$$\begin{aligned} y - 2x &= 4 \\ - \quad y - 4x &= 2 \\ \hline 0 + 2x &= 2 && | \div 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$