# Übersichtsblatt:
# Fourier-Transformation

Ziel der Fourier-Transformation ist es eine periodische Funktion (oft der zeitliche Verlauf eines Signals) in ihrem Frequenzbereich darzustellen. Genauer will man zeigen welche Frequenzen (Frequenzspecktrum) in dem Signal enthalten sind. Man versteht die Fourier-Transformierte also als die Summe der Sinusförmigen Teilschwingungen des Signals. Diese ist vor allem dann interessant wenn man Signale anhand ihrer Frequenz filtern will.

**Rechenregeln:**

Um einer beliebigen periodischen Funktion $f(t)$ ihre Fourier-Transformierte $F(\omega)$ zuzuweisen wendet man die folgenden Formeln und Rechenregeln an:

$$F(\omega) = a_0 + \sum_{n=0}^{N} a_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot \omega) + \sum_{n=0}^{N} b_n \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot \omega)$$

Gleichschwingung Teilschwingung Teilschwingung

Hierbei nennen wir $a_n$ und $b_n$ die Fourier-Koeffizienten. N steht in der obigen Darstellung für den größten Werten von n den man gewählt hat. Lässt man n hierbei gegen ∞ laufen, so nähert sich die Funktion $F(\omega)$ wieder an die Ursprungsfunktion $f(t)$ an, da dann das „volle" Spektrum dargestellt wird. $\omega_0$ ist für jede Funktion eine Konstante die wie folgt berechnet wird.

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

Wobei T die Periodendauer der Funktion ist.

Auch für die Berechnung der einzelnen Fourier-Koeffizienten gibt es einfache Formeln zur Berechnung. Für n=0 existiert hierbei eine Ausnahme-Regelung.

$$a_0 = \frac{1}{T} \cdot \int f(t) \cdot dt$$

$b_0$ gibt es nicht. Hier wird einfach 0 angenommen.

Für die weiteren Fourier-Koeffizienten gelten folgende Formeln.

$$a_n = \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt$$

$$b_n = \frac{1}{2 \cdot T} \cdot \int f(t) \cdot \sin(n \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt$$

**Hinweis:**

Wenn $f(t)$ eine symmetrische Funktion ist, so kann man bei der Berechnung in der Regel auf die Hälfte der Teilschwingungen verzichten. Es gilt:

Wenn $f(t)$ ungerade ist, dann müssen nur die $b_n$-Koeffizienten berechnet werden.
(Beispiel hierfür ist $f(t) = \sin(t)$)
Wenn $f(t)$ gerade ist, dann müssen nur die $a_n$-Koeffizienten berechnet werden.
(Beispiel hierfür ist $f(t) = \cos(t)$)